

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV POČÍTAČOVÉ GRAFIKY A MULTIMÉDIÍ

FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF COMPUTER GRAPHICS AND MULTIMEDIA

TECHNIKY POUŽÍVANÉ PRO OSTŘENÍ A ROZMAZÁVÁNÍ OBRAZU

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

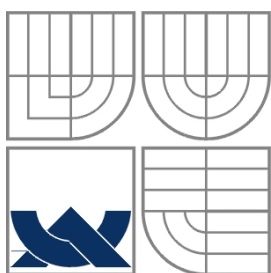
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

STANISLAV LICHÝ

BRNO 2008



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV POČÍTAČOVÉ GRAFIKY A MULTIMÉDIÍ
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF COMPUTER GRAPHICS AND MULTIMEDIA

TECHNIKY POUŽÍVANÉ PRO OSTŘENÍ A ROZMAZÁVÁNÍ OBRAZU

TECHNIQUES USED FOR IMAGE BLURRING AND SHARPENING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

STANISLAV LICHÝ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. JIŘÍ VENERA

BRNO 2008

Vysoké učení technické v Brně - Fakulta informačních technologií

Ústav počítačové grafiky a multimédií

Akademický rok 2007/2008

Zadání bakalářské práce

Řešitel: **Lichý Stanislav**

Obor: Informační technologie

Téma: **Techniky používané pro ostření a rozmazávání obrazu**

Kategorie: Počítačová grafika

Pokyny:

1. Prostudujte algoritmy používané pro ostření, rozmazávání (vyhlazování) obrazu (redukce šumu). Zaměřte se především na redukci šumu v obraze.
2. Pro každou uvedenou techniku implementujte alespoň jeden algoritmus (po dohodě s vedoucím práce). Výsledky demonstруйте na vhodných datech.
3. Zhodnoťte tyto algoritmy z hlediska časové složitosti.
4. Zhodnoťte Vámi dosažené výsledky a porovnejte s jinými existujícími přístupy.

Literatura:

- Po domluvě na vyžádání u školitele.

Při obhajobě semestrální části projektu je požadováno:

- Bod 1., započítání řešení bodu 2..

Podrobné závazné pokyny pro vypracování bakalářské práce naleznete na adrese <http://www.fit.vutbr.cz/info/szz/>

Technická zpráva bakalářské práce musí obsahovat formulaci cíle, charakteristiku současného stavu, teoretická a odborná východiska řešených problémů a specifikaci etap (20 až 30% celkového rozsahu technické zprávy).

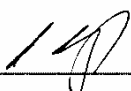
Student odevzdá v jednom výtisku technickou zprávu a v elektronické podobě zdrojový text technické zprávy, úplnou programovou dokumentaci a zdrojové texty programů. Informace v elektronické podobě budou uloženy na standardním nepřepisovatelném paměťovém médiu (CD-R, DVD-R, apod.), které bude vloženo do písemné zprávy tak, aby nemohlo dojít k jeho ztrátě při běžné manipulaci.

Vedoucí: **Venera Jiří, Ing.**, UPGM FIT VUT

Datum zadání: 1. listopadu 2007

Datum odevzdání: 14. května 2008

L.S.



doc. Dr. Ing. Pavel Zemčík
vedoucí ústavu

**LICENČNÍ SMLOUVA
POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO**

uzavřená mezi smluvními stranami

1. Pan

Jméno a příjmení: **Stanislav Lichý**
Id studenta: 78884
Bytem: Bystřička 42, 038 04 Bystřička
Narozen: 11. 03. 1986, Martin
(dále jen "autor")

a

2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta informačních technologií
se sídlem Božetěchova 2/1, 602 00 Brno, IČO 00216305
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:

.....
(dále jen "nabyvatel")

**Článek 1
Specifikace školního díla**

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):
bakalářská práce

Název VŠKP: Techniky používané pro ostření a rozmazávání obrazu
Vedoucí/školicel VŠKP: Venera Jiří, Ing.
Ústav: Ústav počítačové grafiky a multimédií
Datum obhajoby VŠKP:

VŠKP odevzdal autor nabyvateli v:

tištěné formě	počet exemplářů: 1
elektronické formě	počet exemplářů: 2 (1 ve skladu dokumentů, 1 na CD)

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

Článek 2

Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti:
 - ☐ ihned po uzavření této smlouvy
 - ☐ 1 rok po uzavření této smlouvy
 - ☐ 3 roky po uzavření této smlouvy
 - ☐ 5 let po uzavření této smlouvy
 - ☐ 10 let po uzavření této smlouvy(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

Článek 3

Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne:

.....

Nabyvatel



.....

Autor

Abstrakt

Táto bakalárska práca sa zaoberá metódami filtrovania digitálneho obrazu. Obsahuje základné pojmy dôležité pre pochopenie problematiky, ako napríklad digitálny obraz, pixel, farebné priestory, šum a typy šumov. V práci sú popísané dôležité algoritmy ostrenia obrazu a redukcie šumu v obraze. Je vysvetlený princíp činnosti týchto algoritmov, sú diskutované dosahované výsledky, použiteľnosť a časová náročnosť týchto algoritmov. Vybrané algoritmy boli v práci implementované v programovacom jazyku C++ s využitím voľne dostupnej knižnice OpenCV.

Kľúčové slová

digitálny obraz, pixel, farebný priestor, šum, ostrenie, hrana, Unsharp Masking, Laplaceov operátor, Mean Filtering, Median Filtering, Gaussian Filtering, Bilateral Filtering

Abstract

This bachelor's thesis deals with methods of digital image filtering. First of all, it contains basic notions necessary to understand problems, such as digital image, pixel, color spaces, noise and noise types. Secondly, important algorithms of image sharpening and noise reduction are described. Then, algorithms working principles are explained. Achieved results are analyzed together with a discussion about algorithms suitability and their time complexity. Lastly, selected algorithms are implemented by C++ programming language, using an open source library OpenCV.

Keywords

digital image, pixel, color space, noise, sharpening, edge, Unsharp Masking, Laplace operator, Mean Filtering, Median Filtering, Gaussian Filtering, Bilateral Filtering

Citácie

Lichý Stanislav: Techniky používané pro ostření a rozmazávání obrazu. Brno, 2008, bakalárska práca, FIT VUT v Brne.

Techniky používané pro ostření a rozmazávání obrazu

Prehlásenie

Prehlasujem, že som túto bakalársku prácu vypracoval samostatne pod vedením Ing. Jiřího Veneru. Uviedol som všetky literárne pramene a publikácie, z ktorých som čerpal.

.....
Stanislav Lichý
13.5.2008

Pod'akovanie

Ďakujem vedúcemu tejto práce, Ing. Jiřímu Venerovi za odborné vedenie práce a konzultácie vedúce k úspešnému dokončeniu práce.

© Stanislav Lichý, 2008.

Táto práca vznikla ako školské dielo na Vysokom učení technickom v Brne, Fakulte informačných technológií. Práca je chránená autorským zákonom a jej použitie bez udelenia oprávnenia autorom je nezákonné, s výnimkou zákonom definovaných prípadov..

Obsah

Obsah	1
Úvod	2
1 Digitálny obraz a jeho reprezentácia.....	3
1.1 Obrazové dáta.....	3
1.2 Farebné modely	4
2 Ostrenie obrazu	7
2.1 Úvod	7
2.2 Hrany a detekcia hrán.....	7
2.3 Laplacian Sharpening.....	8
2.4 Unsharp Masking	10
3 Redukcia šumu v obraze	13
3.1 Úvod	13
3.2 Šum a odstraňovanie šumu.....	13
3.3 Mean Filtering	15
3.4 Gaussian Filtering	16
3.5 Median Filtering.....	18
3.6 Bilateral Filtering	19
3.7 Ďalšie metódy redukcie šumu	23
4 Implementácia.....	24
4.1 Unsharp Masking	24
4.2 Laplacian Sharpening.....	25
4.3 Mean Filtering	25
4.4 Median Filtering.....	25
4.5 Bilateral Filtering	26
5 Časová náročnosť algoritmov	27
Záver	29
Literatúra	30
Zoznam príloh.....	32

Úvod

Spracovanie digitálneho obrazu patrí medzi často využívané operácie v počítačovej grafike. Medzi tieto operácie patrí napríklad obmedzenie farebného priestoru, prevzorkovanie, rekonštrukcia, zmena rozlíšenia či histogramu obrazu, redukcia šumu a ostrenie obrazu. Práve posledné dve operácie – redukcia šumu a ostrenie obrazu, sú predmetom tejto práce.

Vznik šumu alebo nedokonalá ostrosť obrazu priamo súvisia napríklad s použitím digitálnych fotografických zariadení. Nedokonalým zaostrením ich optiky môže dôjsť k optickému rozostreniu obrazu, na druhej strane nepresnosť snímačov týchto zariadení, či zlé okolité podmienky môžu viesť k zaneseniu digitálneho šumu do obrazových dát. Bližšie informácie o vytváraní digitálnych fotografií a prístrojoch k tomu slúžiacich je možné nájsť v [2].

Existujú mnohé techniky používané na odstránenie vyššie uvedených problémov. V tejto práci budú tieto techniky predstavené. Zmyslom tejto práce je zoznámenie sa s danou problematikou, implementácia vybraných algoritmov a ich praktické otestovanie z hľadiska použiteľnosti a porovnanie časovej a pamäťovej náročnosti algoritmov.

V prvej kapitole sú uvedené základné pojmy ohľadne digitálneho obrazu a jeho reprezentácie, vysvetlené sú základné farebné modely. Druhá kapitola sa zaoberá ostrením obrazu. Je v nej vysvetlený princíp ostrenia obrazu a rozobrané sú najpoužívanejšie algoritmy v tejto oblasti. Tretia kapitola sa venuje redukcii šumu v obraze. Sú v nej vysvetlené základné pojmy, ako šum a typy šumov a princíp odstraňovania šumu v obraze. Popísané sú dôležité algoritmy vyhladzovania obrazu, je popísaný ich princíp činnosti a sú diskutované z hľadiska výsledkov a časovej zložitosti. Štvrtá kapitola popisuje implementáciu vybraných algoritmov. Posledná kapitola je venovaná praktickému porovnaniu algoritmov z hľadiska časovej zložitosti.

1 Digitálny obraz a jeho reprezentácia

1.1 Obrazové dáta

Obraz v digitálnej podobe je v podstate dvojrozmerné pole bodov [3]. Každý bod obrazu nesie informáciu o svojej farbe. Pre bod obrazu je zaužívaný pojem pixel. Názov vychádza z angličtiny a je to skratka pre picture element, teda prvok obrazu. Pixel je najmenšia jednotka obrazovej informácie. Sám o sebe nemá žiadny určený tvar a v praxi je možné si ho predstaviť ako obdĺžnik, ktorý vznikne rozrezaním obrazu na určitý počet zvislých a vodorovných segmentov.

1.1.1 Rozlíšenie obrazu

Ak reálny obraz rozdelíme na určitý počet zvislých a vodorovných elementov, vytvoríme vlastne mozaiku obrazu. Každý segment (obdĺžnik) pritom naďalej nesie detailnú kresbu. Je však potrebné tento segment popísať len jedným pixelom, teda jednou farbou. V praxi tak pixel vyjadruje priemernú farbu daného segmentu mozaiky a tým dochádza k zjednodušeniu a diskretizácii obrazu. Preto čím viac pixelov použijeme, tým presnejšie obraz popisujeme.

Rozlíšenie obrazu teda znamená počet riadkov a stĺpcov pixelov, ktorými je obraz reprezentovaný. Fyzická veľkosť pixelu je vypočítaná podľa skutočných rozmerov reálneho obrazu a rozlíšenia diskretizovaného obrazu v pixeloch.

1.1.2 Farba pixelu a farebná hĺbka

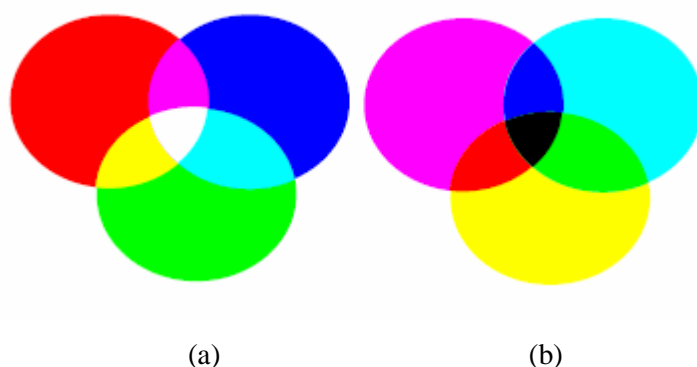
Máme definovaný pixel ako základnú jednotku digitálneho obrazu [3]. Zostáva teda zakódovať jeho farbu, jas a ostatné parametre tak, aby zodpovedali možnostiam ľudského oka. K tejto reprezentácii slúžia rôzne farebné priestory. Najznámejšie z nich budú rozobrané v nasledujúcej podkapitole.

Ďalším dôležitým pojmom je farebná hĺbka. Vezmime si napríklad farebný priestor RGB (viď kapitola 1.2.1). Farba každého pixelu je zakódovaná do troch zložiek červenej, zelenej, modrej. Aj v tomto prípade je veľmi vhodné určité zjednodušenie v podobe reprezentácie len celými číslami, pretože uloženie desatinných čísel je pamäťovo náročné. Preto je pre každý kanál danej farebnej reprezentácie vyhradený určitý počet bitov, ktorý je najčastejšie násobkom 8. Keď teda vo farebnom priestore RGB zakódujeme každú farebnú zložku napríklad na osem bitov (každá zložka má teda 256 úrovní), dostaneme farebnú hĺbku 8 bitov na kanál, resp. 24 bitov na pixel. V praxi sa využíva farebná hĺbka 16, či 32 bitov na kanál.

1.2 Farebné modely

Farebné priestory sa používajú predovšetkým na zjednodušenie záznamu farebnej informácie pre jej jednoduchú reprezentáciu v počítačovej grafike [4]. Ak by sme chceli verne reprodukovať farby nejakého objektu, museli by sme v každom bode tohto objektu zaznamenávať spektrálnu krivku. Súbor základných farieb, pravidiel ich miešania a farebné charakteristiky sú definované pomocou farebných modelov.

Rozlišujeme dva typy miešania farieb, aditívne a substraktívne. Aditívne miešanie farieb sa používa hlavne na zobrazovacích zariadeniach, napríklad monitory, projektory kamery a podobne. Intezity sa v tomto prípade sčítavajú a zložením základných farieb maximálnej intenzity vzniká biela farba. Zodpovedá farebnému modelu RGB. Substraktívne miešanie farieb je využívané v tlačiarňach, plotroch a ostatných tlačových zariadeniach. Zodpovedá farebnému modelu CMY. Zložením základných farieb maximálnej intenzity vzniká v tomto prípade čierna farba.



Obrázok 1.1: (a) Aditívne miešanie farieb. (b) Substraktívne miešanie farieb.

1.2.1 Farebný model RGB

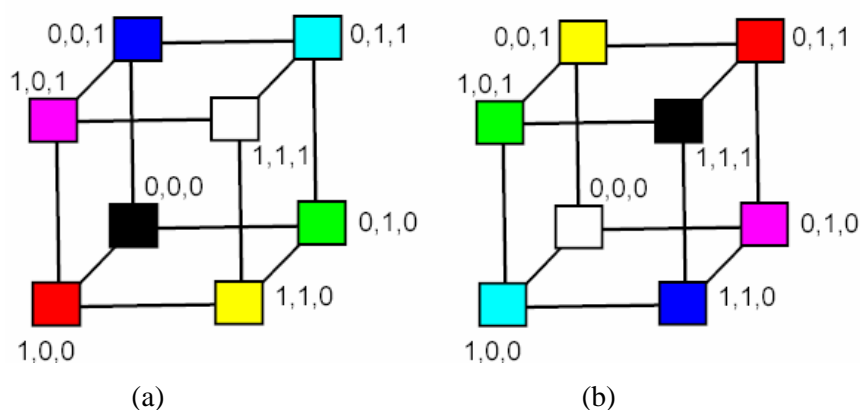
Farebný model RGB vychádza z faktu, že ľudské oko obsahuje tri základné druhy buniek citlivé na farbu. Tieto bunky sú citlivé na vlnové dĺžky, ktoré zhruba zodpovedajú červenej (630 nm, red), zelenej (530 nm, green) a modrej (450 nm, blue) farbe. Kombináciou týchto troch farebných zložiek je možné získať všetky farby farebného spektra. Je veľmi často používaný a jeho počiatky súvisia tak s počítačovou technikou, ako aj s príchodom prvých farebných monitorov a televízorov.

RGB model je aditívny a je možné ho vyjadriť pomocou jednotkovej kocky (v trojrozmernom priestore), kde v počiatku súradnicovej sústavy leží čierna farba a v protiľahlom vrchole biela farba. V protiľahlých vrcholoch ležia komplementárne farby, ktorých zložením vznikne biela farba. Farebné odtiene vznikajú skladaním základných farieb, ktorých intenzita sa udáva v rozsahu 0 až 1.

1.2.2 Farebný model CMY

Farebný priestor CMY sa používa na miešanie farieb napríklad v tlačiarňach, ale tak isto aj na miešanie odtieňov maliarskych farieb, priemyselných náterov a podobne. Tento model najlepšie zodpovedá ľudskej skúsenosti s miešaním farieb. Používa, podobne ako model RGB, tri základné farby. V tomto prípade je to azúrová resp. modrozelená (C, cyan), fialová (M, magenta), žltá (Y, yellow).

Ako už bolo spomenuté, tento farebný model je substraktívny a zmiešaním troch základných farieb vznikne čierna farba.



Obrázok 1.2: (a) Farebný model RGB. (b) Farebný model CMY.

1.2.3 Farebný model HSV

Oproti farebným modelom RGB a CMY model HSV lepšie zodpovedá intuitívnemu popisu farieb, na ktorý je človek zvyknutý. Tento model má tri parametre, farebný tón (H, Hue), sýtosť (S, Saturation) a jas (V, Value). Farebný tón určuje prevládajúcu spektrálnu farbu, sýtosť prímies iných farieb a jas prímies bielej farby (svetlosť).

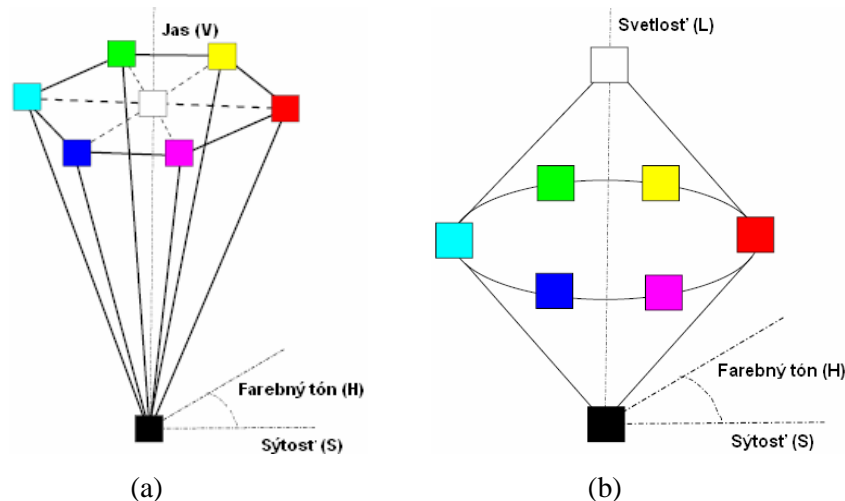
Pre vyjadrenie farebného modelu HSV sa používa šesťboký ihlan umiestnený do trojrozmerného súradnicového systému tak, že vrchol sa nachádza v počiatku súradnicovej sústavy. Jeho os je zhodná so zvislou osou. Používa sa na vyjadrenie jas (úroveň 0 až 1). Sýtosť sa vyjadruje na vodorovnej osi a má taktiež rozsah 0 až 1. Farebný tón je definovaný ako veľkosť uhla, ktorý je zvieraný s vodorovnou osou a jeho hodnota sa zvyšuje oproti smeru hodinových ručičiek.

Nedostatkom modelu je neplynulý prechod medzi čiernou a bielou farbou a taktiež pohyb farebného tónu po šesťuholníku.

1.2.4 Farebný model HLS

Nedostatky modelu HSV sa snaží odstrániť model HLS. Je mu taktiež dosť podobný. Sýtosť je vyjadrovaná na vodorovnej osi, má hodnotu 0 až 1, jas je zobrazovaný na zvislej osi a má opäť

hodnoty 0 až 1, pričom maximálna hodnota je na povrchu kužeľa a smerom k zvislej osi klesá. Farebný tón je definovaný ako uhol zvieraný s osou S oproti smeru hodinových ručičiek. V priestore je model znázornený dvojicou kužeľov, pričom spodný z nich leží v začiatku trojrozmernej súradnicovej sústavy.



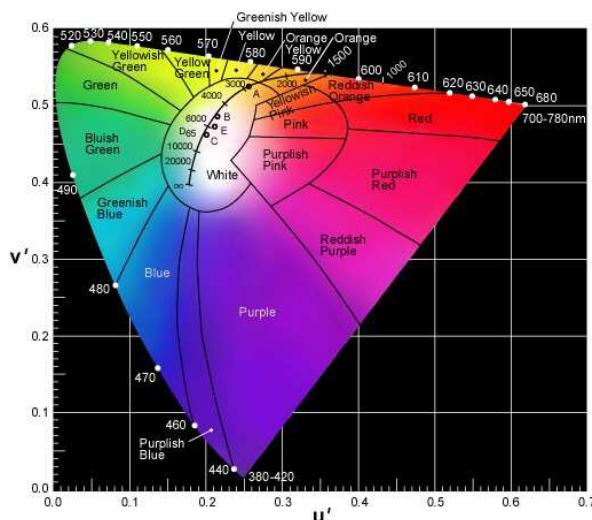
Obrázok 1.3: (a) Farebný model HSV. (b) Farebný model HLS.

1.2.5 Farebné modely CIE

Tieto modely sú nezávislé na zobrazovacom zariadení, pretože označenie jednotlivých farebných odtieňov nezávisí na subjektívnych vlastnostiach pozorovateľa.

Základom týchto modelov sú chromatické diagramy. Dôležitým z nich je najmä CIE 1976, ktorý zodpovedá aj modelu CIE-LAB používaného u filtrovania farebných obrazov pomocou metódy Bilateral Filtering, ktorá bude podrobne rozobraná v tejto práci.

U CIE $L^*a^*b^*$, L predstavuje jas, a polohu farby na osi zelená-červená medzi zelenou (v zápornej časti osi) a červenou (v kladnej časti osi) farbou. Hodnota b určuje polohu na osi modrá-žltá medzi modrou (v zápornej časti osi) a žltou (v kladnej časti osi).



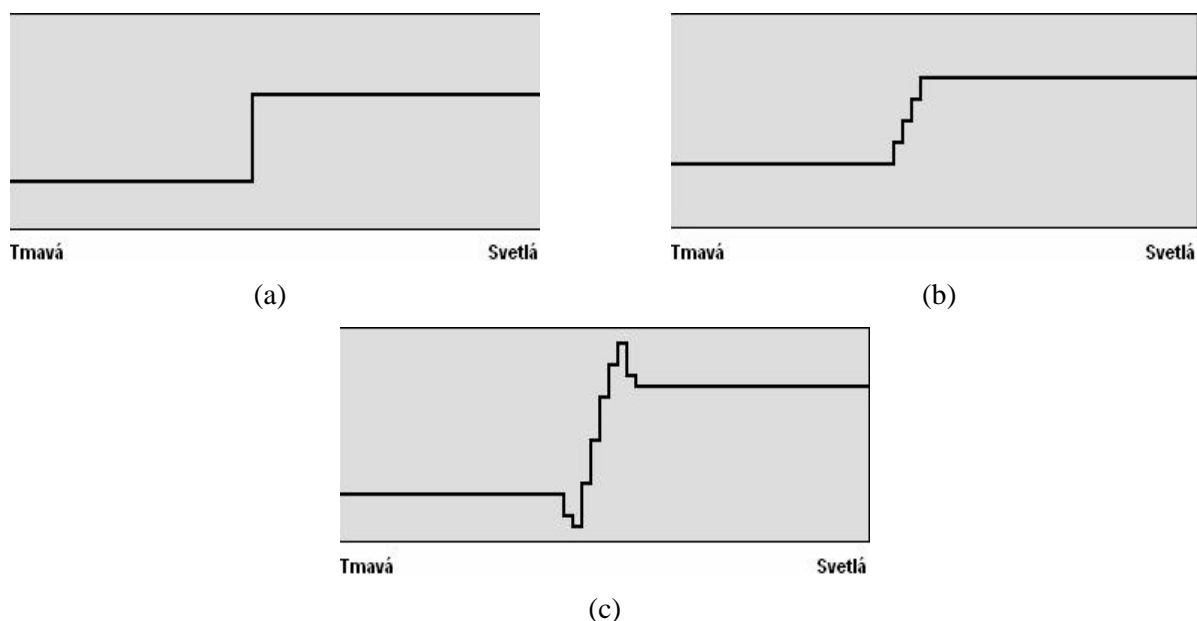
Obrázok 1.4: Farebný model CIE 1976

2 Ostrenie obrazu

2.1 Úvod

Ostrenie obrazu je jednou zo základných operácií spracovania obrazu. „Rozostrený“ obraz je pre vnímanie človeka veľmi nepohodlný a unavuje zrak.

Optická neostrosť obrazu sa odvíja od vnímania obrazu ľudským okom. Zrakový orgán je citlivý na hrany, preto je dôležité, aby na hranách obrazu bol dostatočne vysoký kontrast a ostré prechody medzi intenzitami farby jednotlivých objektov. Pre ostrenie obrazu do takej formy, aby bol pre diváka prijateľný, je potrebné vyriešiť problém zvýšenia kontrastu na prechodoch objektov, ktoré v obraze ľudské oko vníma, teda zvýraznenie hrán. Viac o tematike ostrenia obrazu všeobecne je možné sa dočítať v [5].



Obrázok 2.1: (a) Ostrá hrana videná ľudským okom. (b) Hrana vytvorená digitálnym snímacím zariadením. (c) Hrana po aplikácii ostrenia.

2.2 Hrany a detekcia hrán

Hranou je v digitálnych obrazových dátach vysokofrekvenčná informácia. Je určená gradientom (veľkosťou) a smerom. Smer je určený podľa vzorca [1]:

$$\nabla f(x, y) = \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right) \quad (2.1)$$

Veľkosť gradientu je potom dĺžka vektora [1]:

$$|\nabla f(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2} \quad (2.2)$$

V diskretnom obraze sa gradient odhaduje. Výsledný ostrený obraz dostaneme podľa vzorca:

$$g(i, j) = f(i, j) + c * s(i, j), \quad (2.3)$$

kde $s(i, j)$ je funkcia, ktorá reprezentuje veľkosť gradientu obrazu f v bode $[i, j]$, $g(i, j)$ je výsledný ostrený obraz, c je koeficient ostrenia.

Detekcia hrán slúži teda na nájdenie oblastí bodov, v ktorých sa podstatne mení jas (intenzita). Metódy detekcie hrán sú v podstate metódy určenia veľkosti a smeru gradientu a nazývajú sa hranové detektory. Hranových detektorov je veľké množstvo, najjednoduchšou metódou je Robertsonov operátor, ďalej sem patrí Sobelov, Kirschov, či Cannyho operátor. V tejto práci bude podrobnejšie rozobraný operátor využívaný v metóde ostrenia Laplacian Sharpening – Laplaceov operátor.

2.3 Laplacian Sharpening

2.3.1 Laplaceov operátor

V matematike a fyzike sa Laplaceov operátor označuje Δ alebo ∇^2 , nazvaný je podľa Pierre-Simon Laplacea. Jedná sa o derivatívny operátor, ktorý je špecifickým prípadom eliptického operátora s mnohými aplikáciami v matematike a fyzike. Pre n – rozmerný priestor v karteziánskych súradniciach x_i , má Laplaceov operátor nasledujúci vzorec [6]:

$$\Delta f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \quad (2.4)$$

Pre dvojrozmerný priestor je potom jeho vzorec:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \quad (2.5)$$

Keďže obrazové dáta nie sú spojité, ale sú reprezentované ako množina diskretných bodov, budeme v našom prípade používať konvolučné jadrá, použitím ktorých sa aproximuje výpočet Laplaceovho operátora. Bežne sa používa jadro pre výpočet zo štvorokolia a osemokolia pixelu (obr. 2.2).

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

(a)

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

(b)

Obrázok 2.2: (a) Konvolučné jadro pre aplikáciu Laplaceovho operátora na štvorokolie bodu.

(b) Konvolučné jadro pre aplikáciu Laplaceovho operátora na osemokolie bodu.

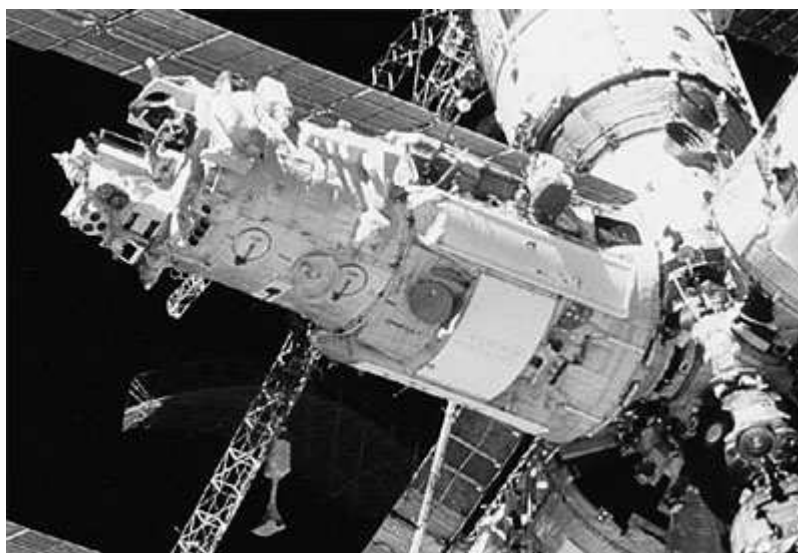
2.3.2 Použitie metódy

Laplaceov operátor využíva pri aplikácii druhú deriváciu. Na ostrenie obrazu a zvýraznenie detailov je veľmi vhodný [7]. Nevýhodou je, že niektoré ostré nespojitosti v obraze, spôsobené napríklad šumom, budú týmto operátorom zvýraznené. Preto pred jeho samotnou aplikáciou je vhodné použitie niektorej metódy redukcie šumu.

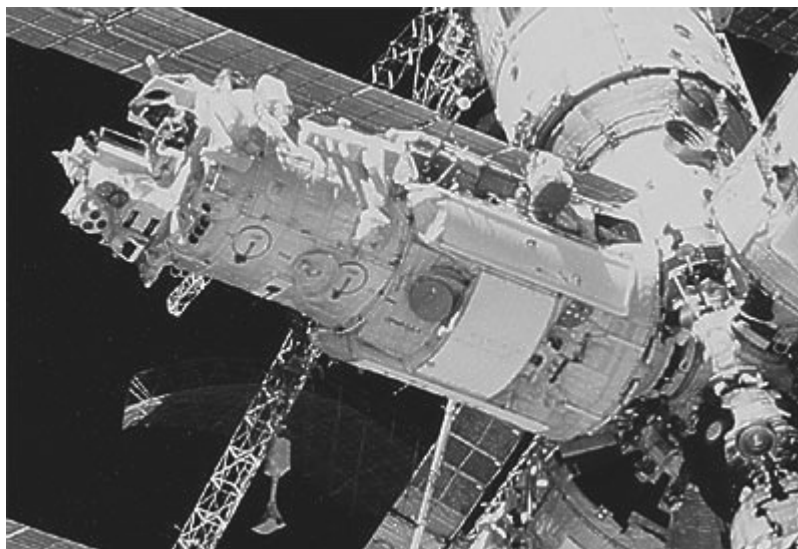
V praxi sa Laplaceov operátor aplikuje na obraz pomocou konvolučnej matice, pomocou ktorej sú jeho hodnoty aproximované. Najčastejšie sa pre tento účel používa matica 3x3 hodnoty, ako už bolo uvedené v predchádzajúcej časti. Problém môže nastať však pri samotnej konvolúcii. V závislosti na použítom jadre, napríklad na obr. 2.2 (b), môžu výsledné hodnoty prekročiť minimálnu, či maximálnu hodnotu, ktorá je prípustná v danom formáte obrazových dát. Preto je potrebná normalizácia výsledku konvolúcie matice s obrazom [7].

Po aplikácii operátora a normalizácii vznikne maska. Táto sa následne pričíta k pôvodnému obrazu. Tým vznikne ostrený obraz. Tento je nutné znovu normalizovať, keďže hodnoty sa pri tejto operácii opäť môžu dostať mimo daný rozsah. Tým je ostrenie ukončené. Možné je, že výsledný obraz bude mať iný kontrastný rozsah, než pôvodný obraz. V tomto prípade je vhodná dodatočná úprava histogramu obrazu.

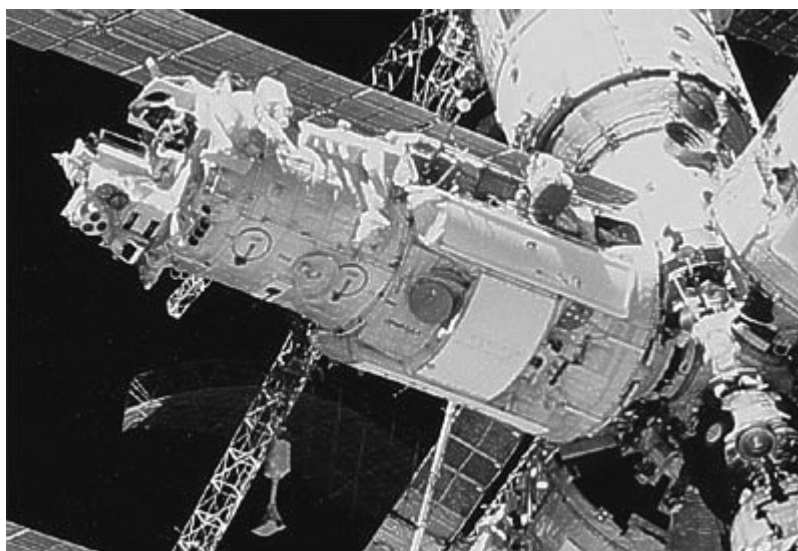
Na obrázku 2.3 je zobrazený originálny obraz, na obrázkoch 2.4 a 2.5 je možné vidieť výsledok ostrenia za použitia Laplaceovho jadra pre štvorokolie a osemokolie pixelu.



Obrázok 2.3: Originálny obraz.



Obrázok 2.4: Výsledok ostrenia s použitím Laplaceovho jadra pre štvorokolie pixelu.



Obrázok 2.5: Výsledok ostrenia s použitím Laplaceovho jadra pre osemokolie pixelu.

2.4 Unsharp Masking

Unsharp Masking je už veľmi dlho existujúca technika ostrenia obrazu používaná hlavne v grafickom priemysle. Počiatky metódy pochádzajú z doby, keď nebola dostupná výpočtová technika pre spracovanie obrazu, či digitálne fotoaparáty. Vysvetlime si teda princíp „analogového“ spracovania obrazu pomocou tejto metódy.

Táto technika pracuje pomocou vytvorenia invertovanej, zastretej resp. rozmazanej masky z originálneho obrazu, ktorá sa chová ako priehľadný film [8, 9]. Maska – rozmazaný pozitív obrazu sa "priloží" na pôvodný obraz. Tento potom redukuje niektoré zložky obrazovej informácie. Keďže je tento pozitív rozmazaný, len nízkofrekvenčná (rozmazaná) obrazová informácia je maskou eliminovaná. Navyše, maska efektívne redukuje dynamický rozsah originálneho obrazu (negatívu).

Aplikovaním tejto metódy sa teda zdôrazní vysokofrekvenčná informácia v obraze (hrany), bez straty jasu, či dôležitých detailov obrazu.

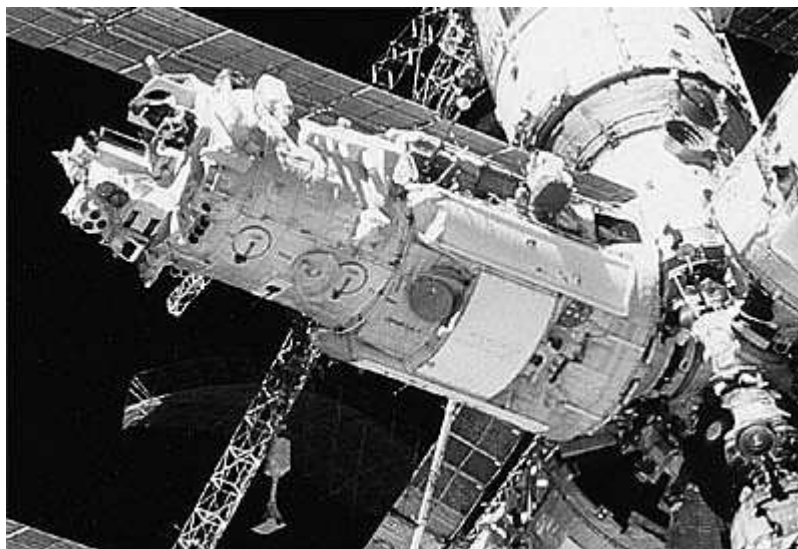
Výsledkom je konečný zaostrený obraz s neporušenými detailmi na dobre viditeľných miestach, pričom sa zvýši kontrast a detaily v tieňoch a tmavých miestach. Metóda sa okrem bežného využitia na vylepšovanie digitálnych snímkov používa často napríklad v astrografii na ostrenie snímkov teleskopov a iných optických zariadení.

Digitálna verzia Unsharp Masking samozrejme funguje na podobnom princípe [9]. V prvom rade sa aplikuje metóda rozmazávania na kópiu pôvodného obrazu. Následne je vykonávané porovnávanie takto vzniknutej masky s pôvodným obrazom. Ak je rozdiel medzi rozmazaným a pôvodným obrazom väčší než špecifikovaný, použije sa rozdiel hodnoty v pôvodnom obraze a hodnoty masky. Tento rozdiel sa pôvodnému obrazu pričíta.

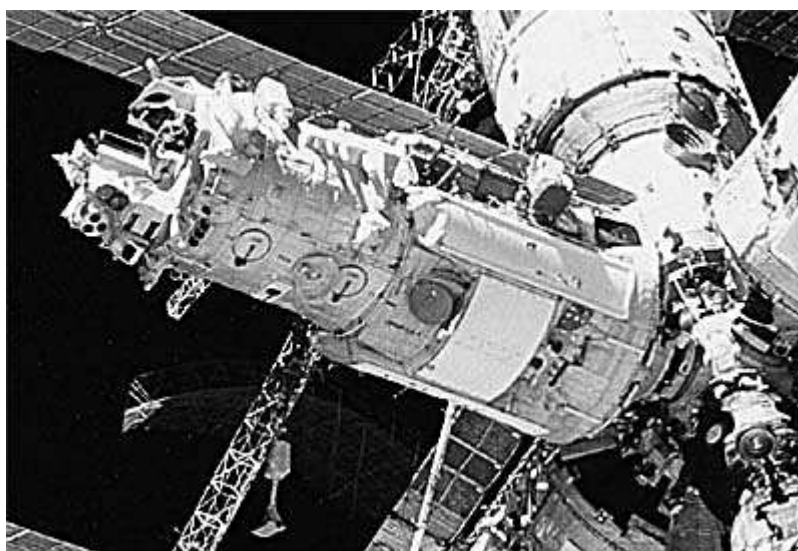
Unsharp Masking je flexibilná a mocná metóda na zvýšenie ostrosti. Je však možné, že sa vo výsledku objavia nechcené a nápadné hranové efekty, alebo sa zvýrazní šum v obraze. Použitie závisí na konkrétnom prípade a dobrý výsledný efekt vyžaduje správne nastavenie parametrov digitálneho filtra. Jej časová zložitosť závisí skôr na použitej metóde rozmazávania, než na samotnom algoritme, pretože tento je jednoduchý a veľmi efektívny. Celkovo by sa dala metóda ohodnotiť ako časovo nenáročná a kvalitná.

Pri praktickom použití sú u metódy nastaviteľné typicky tri parametre [8], činiteľ ostrenia, polomer a prah. Činiteľ ostrenia (Amount) je hodnota, väčšinou udávaná v percentách, ktorá kontroluje intenzitu zmien v kontraste obrazu (o koľko sa zvýši kontrast rohov obrazu). Neovplyvňuje šírku ostrených hrán. Polomer (Radius) definuje, aké široké sa majú stať okrajové lemy (hrany) v obraze. V praxi ovplyvňuje tento parameter rozmazanie obrazu, pričom čím je hodnota väčšia, tým viac bude rozmazaná použitá maska. Prah (Threshold) definuje minimálnu zmenu intenzity masky oproti pôvodnému obrazu, pri ktorej sa bude algoritmus ostrenia vykonávať. Ak rozdiel nie je väčší než táto hodnota, daný bod obrazu je ponechaný bez zmien. Tento parameter je dôležitý na zamedzenie aplikácie filtra v hladkých oblastiach, kde by sa mohli objaviť nechcené škvrny a iné artefakty.

Na obrázkoch 2.6 a 2.7 je možné vidieť výsledky ostrenia vstupného obrázku zobrazeného na obr. 2.3.



Obrázok 2.6: Výsledok ostrenia metódou Unsharp Masking s okolím 3x3 pixely.



Obrázok 2.7: Výsledok ostrenia metódou Unsharp Masking s okolím 9x9 pixelov.

3 Redukcia šumu v obraze

3.1 Úvod

Filtrovanie obrazu je častým prípadom spracovania obrazu. V najširšom zmysle pojmu filtrovanie, hodnota filtrovaného obrazu v danom umiestnení je funkcia hodnôt vstupného obrazu v blízkom okolí daného umiestnenia [15]. Intuitívne by sa dalo povedať, že hodnoty obrazu sa väčšinou v priestore veľmi rýchlo nemenia, takže sa dá predpokladať, že pixely obrazu umiestnené blízko seba budú mať podobné, resp. rovnaké hodnoty, preto je vhodné ich nejakým spôsobom medzi sebou priemerovať. Zašumené hodnoty pixelov, ktoré porušujú susedné pixely, sú navzájom oveľa menej korelované, než hodnoty obrazového signálu. Preto sa dá predpokladať, že šum sa priemerovaním s okolitými pixelmi zmierni, zatiaľ čo obrazový signál zostane neporušený.

3.2 Šum a odstraňovanie šumu

Pred vysvetlením samotných metód odstraňovania šumu je nutné presne definovať pojem šum. Šum je v teórii signálov definovaný ako nová (a nechcená) informácia, ktorá bola k pôvodnému signálu pridaná behom vzniku dát, či ich transportom na dané pamäťové zariadenie [1].

Podľa spôsobu, akým bola táto informácia pridaná, je možné šum rozdeliť na aditívny a multiplikatívny. Aditívny šum je náhodná hodnota pridaná k hodnote pôvodného bodu obrazu, čím sa tento bod viac, či menej znehodnotí. Multiplikatívny šum [10], je na rozdiel od aditívneho veľký problém odstrániť, práve pre jeho multiplikatívny charakter. Tento závisí na signále obrazu. V oblastiach s vysokou intenzitou bude zosilnený týmito vysokými hodnotami a jeho náhodná zmena sa zväčší. V tmavých oblastiach sa vďaka nízkym intenzitám tento šum prejaví menej. Je preto ťažké nájsť pre tento šum vhodný filter.



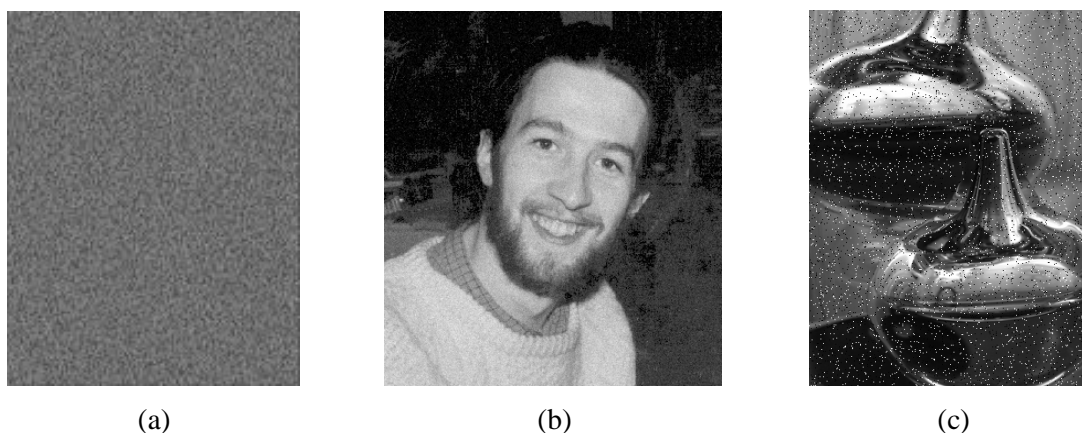
(a)



(b)

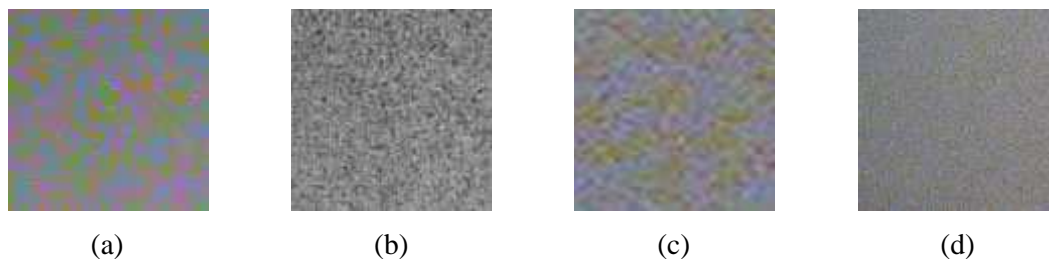
Obrázok 3.1: (a) Aditívny šum. (b) Multiplikatívny šum.

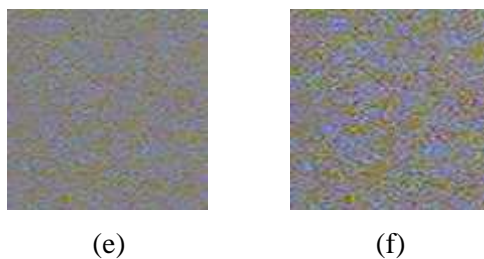
Druh šumu sa odlišuje často podľa frekvenčnej charakteristiky obrazu po aplikácii Fourierovej transformácie. Týmto spôsobom je určený aj tzv. biely šum. Tento druh šumu má vyrovnané frekvenčné spektrum, všetky frekvencie sú zastúpené s rovnakou pravdepodobnosťou. Hodnoty bieleho šumu nie sú autokorelované [1], majú vzájomnú koreláciu rovnú nule. Gaussov šum má pravdepodobnosť frekvencie vo frekvenčnom spektre danú Gaussovým rozložením (viď kapitola 3.4). Občas sa Gaussov šum zamieňa za biely šum a označuje sa pojmom biely Gaussov šum [1]. Veľmi často sa vyskytujúcim je impulzný šum. Tento sa vyznačuje v signáli vysokou energiou a krátkym trvaním. V počítačovej grafike sa často stretne s jeho variantom nazvaným soľ a korenie. Jednoducho sa dá povedať, že šum sa vyskytuje ako náhodné zmeny jednotlivých bodov na najnižšiu, či najvyššiu intenzitu.



Obrázok 3.2: (a) Biely šum. (b) Šum s Gaussovým rozložením. (c) Šum typu soľ a korenie

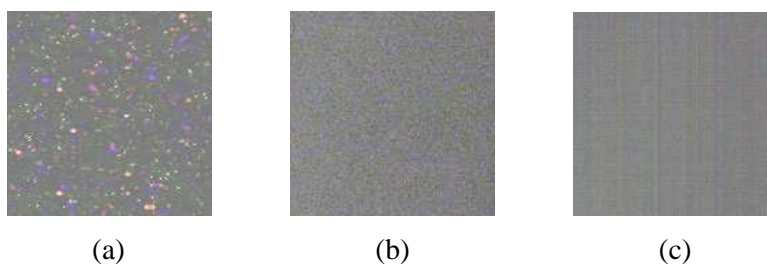
Z iného hľadiska je možné šum rozdeliť na chromatický (farebný) šum [11] a šum modifikujúci len intenzitu. Prvý spomínaný sa prejavuje nechcenou zmenou farieb, druhý typ je typický pre čiernobiele obrazy, kde mení intenzitu sivej farby, ale môže sa vyskytnúť aj vo farebných obrazoch. Podľa frekvencie zmien je možné šum rozdeliť na šum s nízkou a šum s vysokou frekvenciou. Závažnosť šumu určuje štandardná odchýlka jeho hodnôt. U šumu s väčšou štandardnou odchýlkou dochádza k viditeľnejšiemu porušeniu hladkých oblastí. Príklady vyššie uvedených typov šumov sú zobrazené na obrázku 3.3.





Obrázok 3.3: (a) Chromatický šum. (b) Šum modifikujúci intenzitu. (c) Šum s nízkou frekvenciou (d) Šum s vysokou frekvenciou. (e) Šum s malou štandardnou odchýlkou. (f) Šum s veľkou štandardnou odchýlkou.

Posledné rozdelenie šumu, ktoré bude uvedené, súvisí priamo s digitálnym snímacím zariadením, pomocou ktorého je obraz vytvorený. Prvým typom je šum so stálym vzorom. Tento sa vyznačuje tým, že v celej ploche obrazu sa opakuje ten istý alebo podobný vzor. Ďalej sem patrí náhodný šum, ktorý má vo všetkých bodoch obrazu náhodnú hodnotu. Posledným je pásmový šum, ktorý vytvára optický dojem, akoby obraz obsahoval vodorovné či zvislé pásy, v ktorých je intenzita obrazu zmenená šumom s podobnou intenzitou.

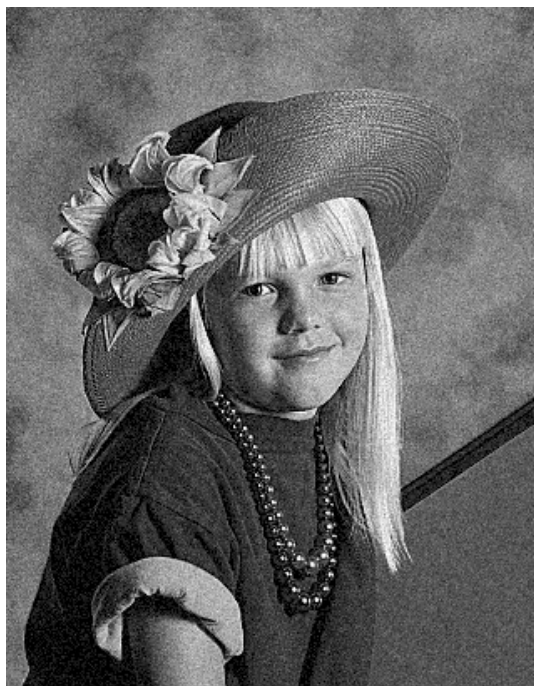


Obrázok 3.4: (a) Šum so stálym vzorom. (b) Náhodný šum. (c) Pásový šum.

Pojem šum je teda objasnený. Nasledovať bude hlavná problematika tejto práce, odstraňovanie šumu. Vysvetlené budú najčastejšie používané metódy a niektoré z nich sú v práci implementované.

3.3 Mean Filtering

Pravdepodobne najjednoduchšou a najintuitívnejšou metódou odstraňovania šumu je Mean Filtering, teda priemerovanie obrazu [12]. Táto metóda pre každý bod obrazu vypočíta priemer všetkých bodov v danom susedstve (vrátane vlastnej hodnoty), a týmto priemerom nahradí pôvodnú hodnotu obrazu v danom bode. Jedná sa o lineárny filter, ktorý nezachováva ostré hrany v obraze. Táto metóda nedosahuje príliš dobré výsledky, na druhej strane patrí medzi výpočtovo nenáročné metódy filtrovania.



Obrázok 3.5: Originálny obraz



(a)



(b)

Obrázok 3.6: (a) Obrázok po aplikácii priemerovania s okolím 3x3 pixely. (b) Obrázok po aplikácii priemerovania s okolím 7x7 pixelov.

3.4 Gaussian Filtering

Jednou z často používaných metód redukcie šumu v obraze je Gaussian Filtering [13]. Táto metóda využíva Gaussovu funkciu, pomenovanú podľa autora Carla Friedricha Gaussa. Pri aplikácii na obraz

tento filter prepúšťa len nízkofrekvenčnú zložku signálu a vysokofrekvenčná zložka je tak v obraze redukovaná. Vizuálny efekt Gaussovho filtra je rozmazanie, akoby sa pozorovateľ na obraz díval cez priesvitné sklo. Redukované sú detaily obrazu, taktiež hrany a prechody nie sú ostré, ale postupné a plynulé.

3.4.1 Gaussovo rozloženie

Rozmazávanie obrazu pomocou Gaussovho filtra používa normálne rozloženie, tiež nazývané Gaussovo rozloženie. Rovnica tohto rozloženia pre n - rozmerný priestor má tvar [13]:

$$G(r) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{N/2}} e^{-r^2/(2\sigma^2)} \quad (3.1)$$

Pre dvojrozmerný priestor potom platí rovnica:

$$G(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-(u^2+v^2)/(2\sigma^2)}, \quad (3.2)$$

pričom r je polomer rozmazávania a σ je štandardná odchýlka Gaussovho rozloženia. Pri aplikácii v dvojrozmernom priestore, táto formula produkuje rovinu tvorenú sústrednými kružnicami s Gaussovým rozložením od stredného bodu smerom k okrajom plochy.

3.4.2 Redukcia šumu pomocou Gaussovho filtra

Rozmazávanie pomocou tejto metódy sa deje najčastejšie využitím konvolúcie obrazu s maticou, ktorej hodnoty sú vypočítané podľa vzorca 3.2. Pri tejto operácii je každý pixel obrazu nahradený váženým priemerom pixelov z okolia. Hodnota aktuálneho pixelu dostane najväčšiu váhu, okolitým hodnotám pixelov je priradená menšia váha so zväčšujúcou sa vzdialenosťou od aktuálneho pixelu.

Teoreticky, hodnota Gaussovej funkcie by mala byť v každom bode nenulová. Pri diskretnej aproximácii funkcie sa často body vo vzdialenosti väčšej než 3σ neberú do úvahy a je im priradená nulová váha.

V praxi sa tento typ filtrovania často využíva nielen na redukciu šumu, ale aj ako efekt rozostrenia obrazu v rôznych grafických nástrojoch. Využíva sa aj na predspracovanie obrazu pred použitím iných metód, napríklad už popisovanej metódy Unsharp Masking.

Na obrázku 3.7 je možné vidieť výsledok filtrovania obrazu zobrazeného na obr. 3.5. Je patrné, že so zvyšujúcim sa polomerom použitej matice matice je šum redukovaný viac, avšak na úkor ostrých detailov obrazu. Oproti obyčajnému priemerovaniu, či mediánovému filtru uvedenému v nasledujúcej kapitole je však výsledok neporovnateľne lepší. Tento filter má veľký potenciál a je použitý aj v práci implementovanej metóde bilaterálneho filtrovania (viď kapitola 3.6).



(a)



(b)

Obrázok 3.7: (a) Obráz po aplikácii Gaussovho filtra 3x3 pixely. (b) Obráz po aplikácii Gaussovho filtra 7x7 pixelov.

3.5 Median Filtering

Táto principiálne jednoduchá metóda dosahuje v niektorých prípadoch veľmi prijateľné výsledky. Ako vyplýva z názvu, tento algoritmus využíva pri svojej činnosti výpočet mediánu.

Pri aplikácii mediánového filtra, každý pixel je určený prostrednou (mediánovou) hodnotou všetkých pixelov vo vybranom okolí (susedstve). Daný pixel sa práve touto hodnotou nahradí. Tento typ filtra patrí medzi tzv. nelineárne filtre. Z toho vyplýva vlastnosť, že táto metóda redukcie šumu čiastočne uchováva hrany. Nevýhodou je, že hrany môžu byť týmto filtrom posunuté. Zmena hrán obrazu je patrná najmä pri aplikácii na väčší polomer okolo daného pixelu.

V praxi sa metóda často používaná na odstraňovanie šumu typu „soľ a korenie“ (viď kapitola 3.2). V tomto prípade dosahuje pri adekvátnej výpočtovej zložitosti veľmi uspokojivé výsledky. Problémom je voľba vhodného algoritmu radenia, ktorý zoradí všetky prvky v danom okolí pixelu pre získanie samotného mediánu týchto hodnôt. Týmto sa implementácia algoritmu komplikuje a pri použití nevhodnej metódy radenia je jeho časová náročnosť pomerne vysoká.

Výsledky aplikácie metódy na obraz zobrazený na obrázku 3.5 je možné vidieť na obrázku 3.8. Je patrné, že uchovávanie hrán je dobré hlavne pri menšom okolí pixelu, na ktoré sa filter aplikuje.



(a)



(b)

Obrázok 3.8: (a) Obráz po aplikácii Mediánového filtra 3x3 pixely. (b) Obráz po aplikácii Mediánového filtra 7x7 pixelov.

3.6 Bilateral Filtering

3.6.1 Úvod

Základný predpoklad filtrácie obrazu, ktorý spočíva vo využití pomalých zmien obrazového signálu v priestore, zlyháva u ostrých hrán a prechodov v obraze. Tieto sú následkom toho aplikáciou bežných metód redukcie šumu rozmazané. V tomto prípade je teda nutné vyriešiť problém aplikácie rozmazávania obrazu v miestach s vysokofrekvenčnou obrazovou informáciou, teda na hranách a prechodoch, pretože v týchto oblastiach je rozmazanie obrazu nežiadúce. Tento problém je možné efektívne vyriešiť použitím metódy Bilateral Filtering.

3.6.2 Princíp metódy

Základnou ideou je filtrovanie na základe hodnôt pixelov a ich vzájomnej vzdialenosti, na rozdiel od bežných metód rozmazávania obrazu, ktoré pracujú len na základe presne vymedzenej oblasti. Pre pochopenie princípu je dobré objasniť dva pojmy [15] – blízkosť a podobnosť dvoch bodov obrazu. Dva body sa nazývajú blízke, ak ležia v obraze blízko seba. Týmto sa myslí geometrická vzdialenosť týchto bodov v obraze. Druhým pojmom je podobnosť bodov. Dva pixely obrazu považujeme za

podobné, ak majú podobnú hodnotu. V tomto prípade sa neuvažuje ich priestorové umiestnenie, ale ich fonometrická vzdialenosť.

Bilateral Filtering je teda metóda tvorená dvomi typmi filtrov, doménovým (závisí na geometrickej vzdialenosti bodov) a frekvenčným (závisí na fonometrickej vzdialenosti bodov). Pri použití sa aplikujú súčasne oba filtre. Odtiaľ pochádza aj názov bilaterálne (dvojstranné) filtrovanie.

Doménový filter sám o sebe funguje ako klasická metóda redukcie šumu v obraze. Jedná sa o lineárny filter. Je teda zrejmé, že nezachováva ostré hrany v obraze. Jeho matematická definícia je nasledovná [15]:

$$h(x) = k_d^{-1}(x) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) c(\varepsilon, x) d\varepsilon, \quad (3.3)$$

kde $c(\varepsilon, x)$ je geometrická blízkosť medzi stredovým bodom x a okolitým bodom ε .

Problém zachovania hrán u Bilaterálneho filtrovania rieši frekvenčný filter. Tento naopak nie je lineárny. Samotný sa príliš nepoužíva, pretože v podstate len transformuje farebnú mapu obrazu. Jeho vzorec na nasledovný:

$$h(x) = k_r^{-1}(x) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) s(f(\varepsilon), f(x)) d\varepsilon, \quad (3.4)$$

kde $s(f(\varepsilon), f(x))$ je fonometrická podobnosť medzi stredovým bodom x a okolitým bodom ε .

Kombináciou predošlých dvoch definícií vznikne bilaterálny filter definovaný nasledovne:

$$h(x) = k^{-1}(x) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon) c(\varepsilon, x) s(f(\varepsilon), f(x)) d\varepsilon, \quad (3.5)$$

s normalizáciou:

$$k(x) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} c(\varepsilon, x) s(f(\varepsilon), f(x)) d\varepsilon. \quad (3.6)$$

Kombinovaným filtrovaním je možné dosiahnuť veľmi dobré výsledky. Vysvetlenie princípu metódy v praxi je nasledovné. V hladkých oblastiach obrazu s nízkofrekvenčnou informáciou sa chová bilaterálny filter ako klasická metóda rozmazávania obrazu, teda redukuje šum zohľadňovaním obrazovej informácie z okolia. V tomto prípade sa uplatňuje iba doménová zložka filtra. Ak sa však v danej oblasti nachádza vysokofrekvenčná informácia (hrana), uplatní sa zároveň frekvenčná zložka filtra. V praxi to znamená, že ak intenzita daného stredového bodu je výrazne odlišná od intenzity bodu v jeho okolí, váha tohto bodu pri spracovaní doménovou zložkou filtra je eliminovaná frekvenčnou zložkou a preto sa vplyv tohto bodu na výsledku neprejaví. Tým sa dosiahne toho, že pixely na prechodoch a hranách nie sú navzájom ovplyvnené. Tým sa dôležitá vysokofrekvenčná informácia zachová.

3.6.3 Použitie Gaussovo rozloženia

Jednoduchou a veľmi účinnou formou bilaterálneho filtrovania je Gaussovo filtrovanie. V tomto prípade funkcia blízkosti (Closeness) $c(\mathcal{E}, x)$, ako aj funkcia podobnosti (Similarity) $s(\phi, f)$, sú euklidovské vzdialenosti medzi ich argumentami. Tento typ bilaterálneho filtrovania je implementovaný aj v tejto práci. Funkcia blízkosti bodov má v tomto prípade tvar:

$$c(\mathcal{E}, x) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{d(\mathcal{E}, x)}{\sigma_d} \right)^2}, \quad (3.7)$$

kde $d(\mathcal{E}, x) = d(\mathcal{E} - x) = \|\mathcal{E} - x\|$ je euklidovská vzdialenosť medzi bodom \mathcal{E} a stredovým bodom x a σ_d je geometrický rozptyl.

Analogicky bude mať funkcia podobnosti bodov tvar:

$$s(\mathcal{E}, x) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\delta(f(\mathcal{E}), f(x))}{\sigma_r} \right)^2}, \quad (3.8)$$

kde $\delta(f(\mathcal{E}), f(x)) = \delta(f(\mathcal{E}) - f(x)) = \|f(\mathcal{E}) - f(x)\|$ je hodnota vzdialenosti medzi intenzitou obrazu v bode \mathcal{E} a stredovom bode x . V prípade dvojrozmerných obrazových dát to bude v podstate absolútna hodnota rozdielu intenzít v daných bodoch, σ_r je fonometrický rozptyl.

Dôležitým faktorom pri použití bilaterálneho filtra v tomto tvare je správne nastavenie geometrického a fonometrického rozptylu. Väčšie hodnoty geometrického rozptylu znamenajú silnejšie rozmazanie, pretože sa kombinujú hodnoty zo širšieho okolia stredového bodu, teda sa zosilňuje vplyv doménovej zložky filtra. Pri zväčšovaní fonometrického rozptylu sa mení vplyv frekvenčného filtra, ale na rozdiel od doménového filtra sa jeho vplyv znižuje. V tomto prípade sa na body, ktoré majú od seba menšiu fonometrickú vzdialenosť, než je hodnota fonometrického rozptylu, aplikuje filter tým viac, čím sú bližšie od seba. V prípade, že je táto vzdialenosť väčšia, než hodnota fonometrického rozptylu, filter sa na daný bod v okolí neaplikuje a celková váha daného bodu bude nulová.

3.6.4 Vlastnosti metódy

Bilaterálne filtrovanie je jednou s najlepších súčasných techník odstraňovania šumu v obraze. Dokáže efektne eliminovať šum v obraze, pričom zachováva dôležité hrany a ostré prechody v obraze. Výborne sa hodí na filtrovanie čiernobielych, ale aj farebných obrazov.

U farebného obrazu je však použitie zložitejšie. U čiernobielych obrazov je situácia jednoduchšia z toho dôvodu, že výsledné odtiene sú vždy len intenzity sivej farby. U farebného obrazu však medzi ľubovoľnými dvomi farbami sa nachádzajú iné, často veľmi odlišné farby. Preto by mohlo dochádzať po aplikácii filtra na prechodoch obrazu k nechceným farebným zmenám. Napríklad, medzi červenou a modrou farbou, sa nachádzajú rôzne odtiene fialovej, či ružovej farby,

ktorých odtiene by aplikáciou filtrovania na prechode modrej a červenej mohli vzniknúť. Preto je veľmi vhodné s farebnými obrazmi pracovať vo farebnom priestore CIE-Lab. Tento vzhlľadom na ľudské vnímanie najprirodzenejší a bilaterálnym filtrom budú priemerované len farby, ktoré sú podobné z hľadiska ľudského vnímania.

Ako ďalšiu výhodu tohto filtra je možné považovať jej neiteratívnosť, kedy výsledok je možné dosiahnuť po jedinej aplikácii na obrazové dáta.

Nevýhoda metódy spočíva v časovej náročnosti, ktorá je pomerne veľká. Napríklad, pri použití Gaussovej funkcie pre výpočet sa pre každý bod okolia stredového bodu počíta exponenciálna funkcia pre doménový, ako aj frekvenčný filter.

Celkovo metódu možno hodnotiť ako veľmi vyspelú a dobrú metódu odstraňovania šumu, ktorá však pracuje na úkor veľkej časovej zložitosti. To ale pri dnešnom výpočtovom výkone počítačov nie je až taký veľký problém.

Obrázok 3.9 znázorňuje dôležitosť frekvenčnej zložky bilaterálneho filtra. Na obrázku 3.9 (a) je táto zložka vďaka nastaveniu vysokého fonometrického rozptylu eliminovaná a filter sa tak chová ako klasická metóda rozmazávania obrazu. Obrázok 3.9 (b) ukazuje použitie filtra s tými istými parametrami ako predošlý obrázok, ale s nastaveným optimálnym fonometrickým rozptylom.



(a)



(b)

Obrázok 3.9: (a) Obraz po aplikácii bilaterálneho filtra 9x9 s geometrickým rozptylom 5 a fonometrickým rozptylom 256. (b) Obraz po aplikácii bilaterálneho filtra 9x9 s geometrickým rozptylom 5 a fonometrickým rozptylom 42.

3.7 Ďalšie metódy redukcie šumu

Metód redukcie šumu a ich modifikácií je veľké množstvo. Okrem metód uvedených v predošlých kapitolách teraz budú uvedené ďalšie významné z nich.

Conservative Smoothing, resp. tzv. konzervatívne vyhladzovanie, je ďalším známym algoritmom redukcie šumu. Narozdiel od mediánového filtra, či obyčajného priemerovania, tento filter zaručuje, že intenzita každého pixelu je v rozsahu intenzít pixelov daného okolia [14]. Toto sa deje určením maxima a minima intenzít všetkých pixelov okolia. Ak intenzita aktuálneho pixelu leží v danom rozsahu, jeho hodnota sa ponechá nezmenená. Ak je jeho intenzita väčšia než maximum intenzít okolia, nahradí sa hodnotou tohto maxima. Podobne, ak je hodnota aktuálneho pixelu menšia než minimum hodnôt okolitých pixelov, nahradí sa jeho hodnota týmto minimom. Jedná sa o jednoduchú a výpočtovo nenáročnú metódu, ktorá dosahuje veľmi uspokojivé výsledky.

Zaujímavou metódou redukcie šumu je WLS Filtering. V nej je využitá aproximácia obrazu pomocou metódy najmenších štvorcov s využitím matice váhových koeficientov [16]. Odtiaľ aj názov WLS Filter, čo je skratka pre Weighted Least Squares, teda váhované najmenšie štvorce. Matica váhových koeficientov je veľmi významná, pretože zaisťuje zachovanie ostrých hrán v obraze. Oblasti prislúchajúce k hladkým oblastiam majú priradenú vysokú váhu, oblasti s vysokofrekvenčnou informáciou naopak váhu nízku. Tým sa eliminuje znehodnotenie ostrých hrán v obraze. Filter je nelineárny a iteratívny.

Ďalšou metódou je RE Filtering, kde RE je skratka Robust Estimation, robustný odhad [17]. Pod pojmom robustný sa myslí odolnosť voči hrubým chybám v dátach. Chyby sú definované v tomto prípade ako hodnoty neprislúchajúce k stochastickému modelu odhadu parametrov. Táto metóda teda používa model, ktorým je možné popisovať zašumené obrazové dáta.

Anisotropic Diffusion [16], podobne ako predchádzajúce metódy, patrí medzi iteratívne filtre, je taktiež nelineárny. Jeho matematická formulácia je popísaná pomocou parciálnych diferenciálnych rovníc. Po diskretizácii funguje podobne ako RE filtering.

Wavelet Thresholding, je metóda používaná na redukcii šumu a kompresiu obrazu. Jedná sa o pomerne efektívnu metódu odstraňovania nadbytočnej obrazovej informácie. Pracuje na základe výpočtu matice koeficientov na základe vlnovkovej transformácie. Pôvodný obraz je pomocou tejto matice prahovaný a výsledný obraz nakoniec vznikne inverznou transformáciou výsledku prahovania. Najčastejšie používané metódy prahovania sú Universal Thresholding, Visu Shrink, Sure Shrink a Bayes Shrink. Bližšie informácie je možné nájsť napríklad v [18].

4 Implementácia

Na implementáciu vybraných algoritmov bol použitý programovací jazyk C++, ladenie programov prebiehalo pomocou vývojového prostredia Microsoft Visual Studio 2005. Využitá pritom bola voľne dostupná grafická knižnica OpenCV, ktorá umožňuje automatické načítanie obrazu rôznych formátov a prácu už s pripravenými štruktúrami, do ktorých sa dáta načítajú. Taktiež knižnica umožňuje priamo zobrazovať výsledky do samostatných okien a ukladanie dát do súborov rôznych grafických formátov, čo bolo veľmi prínosné.

Všetky algoritmy boli implementované ako samostatné funkcie, ku každému z nich bola vytvorená samostatná konzolová aplikácia umožňujúca načítavať vstupný obraz, meniť parametre filtrácie, vypisovať hodnoty aktuálnych pixelov po kliknutí a ukladať výsledok filtrácie do nového súboru. Všetky algoritmy fungujú pre čiernobiely obrázky. Pri načítaní farebného obrazu sa tento automaticky na čiernobiely obraz prevedie. Vytvorená bola knižnica obsahujúca implementované algoritmy.

4.1 Unsharp Masking

Metóda Unsharp Masking bola implementovaná podľa postupov uvedených v [8, 9]. Jedná sa o pomerne jednoduchý, avšak veľmi efektívny algoritmus ostrenia obrazu.

Implementovaná funkcia UnsharpMask očakáva parametre určujúce vstupný obraz, výstupný obraz, prah, mieru ostrenia a polomer, na ktorý sa má pre každý pixel obrazu aplikovať. Prvým krokom je použitie Gaussovho filtra na rozmazanie kópie vstupného obrazu. Na to je využitá funkcia knižnice OpenCV, `cvSmooth` s príslušnými parametrami. V tomto kroku sa uplatní parameter určujúci polomer ostrenia, pomocou ktorého sa určí sila rozmazania, resp. polomer, ktorý bude pri rozmazávaní obrazu braný do úvahy. Nasleduje porovnávanie takto vzniknutej rozmazanej kópie s pôvodným obrazom. Každý pixel pôvodného obrazu je porovnávaný s ekvivalentným bodom (ležiacom na tých istých súradniciach) rozmazanej kópie pôvodného obrazu. Ak je rozdiel medzi pôvodným a rozmazaným pixelom väčší než daná hodnota prahu, aplikuje sa filter. K danému pixelu sa pričíta rozdiel tohto pixelu voči rozmazanému obrazu, vynásobený hodnotou určujúcou mieru aplikácie ostrenia, pričom hodnota 1 znamená 100 percent. Je pritom kontrolovaný rozsah hodnôt, ktorý je stanovený na 0 až 255. Ak je výsledná hodnota mimo tohto rozsahu, je nahradená krajnou hodnotou 0 resp. 255.

4.2 Laplacian Sharpening

Metóda Laplacian Sharpening bola implementovaná s využitím postupov uvedených v [7]. Vznikla tak funkcia `LaplacianSharpening`, ktorá očakáva tri parametre, vstupný obraz, výstupný obraz a použité konvolučné jadro.

Na každý pixel obrazu spolu s daným okolím je aplikovaná konvolúcia s použitým jadrom, centrovaným na aktuálny pixel. Vznikne tak súčet násobkov jednotlivých pixelov daného okolia vrátane aktuálneho pixelu s hodnotami použitého jadra. Tento je ukladávaný do pomocného poľa, ktoré má väčší rozsah, než hodnoty obrazu, vrátane záporných hodnôt. Tým vznikne maska ostrenia. Táto je nasledne prahovaná podľa postupu uvedeného v [7] na hodnoty 0 až 255. Takto vzniknutá maska sa bod po bode pričíta k pôvodnému obrazu. Tým vznikne ostrený obraz. Tento je znovu tým istým postupom prahovaný na hodnoty 0 až 255, čím vznikne výsledný zaostrený obraz. Je možné, že výsledok ostrenia bude mať iný kontrastný rozsah, než pôvodný obraz. V tomto prípade je vhodná úprava histogramu obrazu, teda v podstate rozťahnutie kontrastného rozsahu na hodnoty 0 až 255.

4.3 Mean Filtering

Implementácia tejto metódy je funkcia `MeanFilter`, ktorá očakáva ako parametre vstupný, výstupný obraz a rozmery okolia ktoré sa u každého pixelu berie do úvahy.

Metóda pracuje nasledovným spôsobom. Pre každý pixel sa vymedzí oblasť, na ktorú sa filter bude aplikovať. Následne je v cykle vypočítaný súčet pixelov v danom okolí. Tento sa nakoniec podelí počtom pixelov vymedzenej oblasti. Po jedinom priechoode vznikne výsledný filtrovaný obraz. Algoritmus aj v tejto jednoduchšej forme pracuje pomerne rýchlo. Možným rozšírením je uchovávanie medzivýpočtu súčtu hodnôt v danej oblasti, pričom pri posune po obraze vo vodorovnom smere sa hodnoty, ktoré sa tým dostanú mimo vymedzenú oblasť, od medzisúčtu odčítajú a nové hodnoty sa naopak pričítajú. Pri praktickom otestovaní však toto neprinieslo zrýchlenie činnosti implementovaného filtra (namiesto pričítania sa uskutočňovalo odčítanie a výsledný efekt tak stratil svoj zmysel). Preto sa práca drží základnej verzie algoritmu. Metóda bola implementovaná hlavne pre porovnanie jej výsledkov a časovej zložitosti s inými lepšími metódami.

4.4 Median Filtering

Metóda mediánového filtrovania je implementovaná vo funkcii `MedianFilter`. Funkcia očakáva ako parametre vstupný, výstupný obraz a polomer vymedzujúci oblasť okolo aktuálneho pixelu, na ktorú sa filter aplikuje.

Pre každý pixel vstupného obrazu sa uložia hodnoty vymedzenej oblasti do pomocného poľa hodnôt od 0 do 256. Na toto pole je následne uplatnená metóda radenia, konkrétne `ShellSort`, ktorá sa

vyznačuje dobrými vlastnosťami a radením na mieste, nie sú teda potrebné ďalšie pomocné štruktúry a znižuje sa pamäťová náročnosť. Metóda je implementovaná vo funkcii ShellSort, ktorá ako parameter očakáva pole celočíselných hodnôt a počet položiek tohto poľa. Po zoradení je jednoducho podľa počtu prvkov v danom okolí pixelu zo zoradeného poľa vybraný prostredný prvok, ktorý je použitý ako nová hodnota pixelu. V prípade, že je počet pixelov daného okolia párny, je pixel nahradený priemerom dvoch stredných prvkov zoradeného poľa.

4.5 Bilateral Filtering

Táto metóda je subjektívne najlepšou, ktorá je v práci implementovaná. Variant bilaterálneho filtrovania je mnoho, zvolená bola varianta využívajúca Gaussovu funkciu pre výpočty.

Implementovaná funkcia BilateralFilter očakáva okrem vstupného a výstupného obrazu ešte polomer oblasti, na ktorý sa má aplikovať filter, geometrický a fonometrický rozptyl. Tieto pojmy boli vysvetlené v kapitole 3.6. Funkcia pracuje nasledovným spôsobom. Pre každý pixel sa najprv vymedzí oblasť, v ktorej sa algoritmus aplikuje. Následne sa aktuálny pixel v strede oblasti uloží do pomocnej premennej, a pokračuje sa vo vnorenom cykle pre všetky body daného okolia pixelu. U každého z týchto bodov sa vypočíta fonometrická a geometrická vzdialenosť od stredového pixelu. Geometrická vzdialenosť je vypočítaná ako euklidovská vzdialenosť od stredového pixelu, fonometrická vzdialenosť je vypočítaná ako rozdiel hodnoty aktuálneho pixelu od stredového pixelu. Tieto dve hodnoty slúžia na výpočet funkcie podobnosti (Similarity, s) a blízkosti (Closeness, c) aktuálneho pixelu od stredového pixelu. Pri výpočte týchto dvoch funkcií, ako bolo spomenuté, je využitý vzorec pre výpočet Gaussovej funkcie, súčasne pri tomto výpočte majú vplyv parametre funkcie pre geometrický a fonometrický rozptyl, ktoré sú súčasťou vzorca pre ich výpočet [B]. V praxi to znamená počítanie exponenciálnej funkcie pre blízkosť aj podobnosť daného pixelu okolia od stredového pixelu. Toto je značne časovo náročné, avšak toto je kompenzované kvalitou výsledkov filtrovania. Blízkosť a podobnosť sú hodnoty v rozmedzí od 0 až 1. Tieto sa vynásobia a vznikne tak výsledná váha pre daný pixel okolia, ktorou sa následne pixel vynásobí. Pritom sa postupne táto hodnota pričítava do výsledného súčtu. Súčasne sa sčítavajú aj hodnoty výsledných váh. Po skončení tohto vnoreného cyklu sa pixel v strede oblasti nahradí podielom súčtu výsledných hodnôt so súčtom ich váh. Týmto je výsledok filtrovania súčasne normalizovaný (viď kapitola 3.6). Tento postup sa aplikuje pre každý pixel obrazu, čím vznikne výsledný obraz. Celkovo je funkcia výpočtovo pomerne náročná a možným rozšírením práce by bola jej optimalizácia použitím niektorej z jej rýchlych aproximácií.

5 Časová náročnosť algoritmov

Porovnanie časovej náročnosti algoritmov prebehlo v praxi meraním čistého času potrebného na výpočet funkcie pre daný obraz a parametre. Použitý bol štandardný digitálny obrázok s rozlíšením 1024x768 pixelov. Tento sa nachádza aj na priloženom CD nosiči. Každé meranie prebehlo 5 krát, pričom do tabuľky boli všetky merania zaznamenané a následne bol vypočítaný priemer týchto hodnôt. Testovanie prebehlo na nasledujúcej zostave:

- Procesor AMD Sempron 2800+, reálny takt 2000 Mhz, 333 Mhz FSB
- 1024 MB operačnej pamäte DDR, 333 Mhz.
- Základná doska s čipovou sadou VIA KT600 a VIA VT8235
- Pevný disk Samsung SP2514N, Ultra-ATA/133
- Grafická karta GeForce FX 5700LE, 256MB DDR

Metóda / Čas (s)	1.	2.	3.	4.	5.	Priemer
Bilateral F. 3x3	2,25	2,25	2,36	2,21	2,234	2,2608
Bilateral F. 9x9	20,282	20,172	20,188	20,141	20,142	20,185
Median F. 3x3	0,484	0,468	0,484	0,482	0,484	0,4804
Median F. 9x9	6,484	6,5	6,468	6,453	6,468	6,4746
Mean F. 3x3	0,109	0,125	0,11	0,109	0,125	0,1156
Mean F. 9x9	0,75	0,75	0,74	0,765	0,734	0,7478
Laplac. S. 4-okolie	0,266	0,265	0,265	0,282	0,265	0,2686
Laplac. S. 8-okolie	0,265	0,266	0,266	0,265	0,265	0,2654
Unsharp M. 3x3	0,063	0,063	0,062	0,063	0,062	0,0626
Unsharp M. 9x9	0,75	0,75	0,74	0,765	0,734	0,7478

Tabuľka 5.1: Výsledky merania času potrebného na výpočet jednotlivých implementovaných algoritmov.

Z tabuľky je vidieť veľkú časovú náročnosť metódy Bilateral Filtering, ktorá rastie lineárne s počtom bodov vo vymedzenom okolí daného pixelu, zhruba deväť krát pri deväť násobnom zväčšení počtu bodov. Hodnota 20 sekúnd je vysoká, avšak filter pri tomto nastavení (9 krát 9 pixelov), dosahuje veľmi dobré výsledky.

Nepriaznivé výsledky dosiahla aj metóda Median Filtering. Dokonca pri zväčšovaní okolia pixelu jej časová náročnosť rastie viac než priamo úmerne. V tomto prípade by bolo vhodné algoritmus nejakým spôsobom optimalizovať, napríklad pridávaním nových hodnôt pixelov už do čiastočne zoradeného poľa, ktoré by vzniklo odobraním len starých hodnôt a ponechaním tých hodnôt, ktoré sa vyskytujú opätovne.

Ostatné metódy sú z hľadiska časovej náročnosti prijateľné. U metódy Laplacian Sharpening je vidieť, že takmer nezáleží na použitom jadre pre štvorokolie či osemokolie pixelu, preto je zrejme vhodné použitie jadra pre osemokolie, ktoré podľa môjho názoru dosahuje o niečo lepšie výsledky. Ako najrýchlejšia metóda zo všetkých sa jednoznačne javí Unsharp Masking, rovnako jej dosahované výsledky ostrenia sú veľmi dobré, voči pomalšiemu ostreniu s použitím Laplaceovho jadra sa tak javí ako výhodnejšia. Z metód redukcie šumu sa javí ako najvýhodnejšia metóda Bilateral Filtering, a to aj napriek veľkej časovej zložitosti, pretože táto je vyvážená výbornými výsledkami redukcie šumu na testovacích dátach.

Záver

V tejto práci boli rozobrané techniky spracovania digitálneho obrazu. Po preštudovaní danej problematiky bolo tak možné vybrané algoritmy implementovať a v praxi overiť funkčnosť, použiteľnosť, ako aj časovú náročnosť týchto algoritmov. Za osobný prínos je tak možné považovať mnoho nových znalostí z danej oblasti, a to z hľadiska teoretického aj praktického.

Veľkým prínosom bolo taktiež zoznámenie s grafickou knižnicou OpenCV a jej možnosťami, ktoré výrazne uľahčujú prácu s digitálnymi obrazovými dátami. Jej použitie sa javí ako veľmi vhodné na mnoho rôznych problémov v oblasti spracovania obrazu. V neposlednom rade nastalo bližšie zoznámenie aj s vývojovým prostredím Microsoft Visual Studio, ktoré do značnej miery uľahčilo prácu na implementácii programovej časti tejto práce. Bolo získaných mnoho nových skúseností s prácou v tomto prostredí a jeho možnosťami.

Ďalší možný vývoj projektu spočíva v optimalizácii jednotlivých algoritmov z hľadiska časovej náročnosti. Toto sa týka hlavne metód Bilateral Filtering a Median Filtering, ktoré sa javia ako najpomalšie z tých, ktoré boli implementované. Možno by bolo taktiež rozšírenie knižnice implementovaných algoritmov o ďalšie metódy, prípadne vytvorenie užívateľského rozhrania pre prácu s digitálnymi obrazmi založeného na tejto knižnici.

Literatúra

- [1] Žára, J., Beneš, B. *Moderní počítačová grafika*. Brno, Computer Press 2004, ISBN 80-251-0454-0.
- [2] Linder, P., Myška, M. *Velká kniha digitální fotografie*. Brno, Computer Press 2004, ISBN 80-251-0013-8.
- [3] Pihan, R. *Pixel – základ pro uložení digitálního obrazu* [online], 31. oktobra 2007. Dokument dostupný na URL http://www.digimanie.cz/art_doc-05B57DDF8D3F6ADEC12573840040CB81.html (marec 2008).
- [4] Čerba, O. *Barevné modely* [online], júl 2006, Západočeská univerzita v Plzni. Dokument dostupný na URL <http://gis.zcu.cz/studium/pok/Materialy/Book/ar03s01.html> (marec 2008).
- [5] Bigelow, R. *Sharpening -- Part I* [online], Dokument dostupný na URL <http://www.ronbigelow.com/articles/sharpen1/sharpen1.htm> (február 2008).
- [6] Fisher, R., Perkins, S. *Laplacian/Laplacian of Gaussian* [online], 2004. Dokument dostupný na URL <http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/log.htm> (február 2008).
- [7] Fanning, D. *Image Sharpening with a Laplacian Kernel* [online], 11. januára 2006. Dokument dostupný na URL http://www.dfanning.com/ip_tips/sharpen.html (február 2008).
- [8] Wikipedia contributors. *Unsharp Masking* [online], 17. februára 2008, Wikipedia, The Free Encyclopedia. Dokument dostupný na URL http://en.wikipedia.org/wiki/Unsharp_masking (marec 2008).
- [9] Lodriguss, J. *Real Digital Unsharp Masking* [online], 2007. Dokument dostupný na URL http://www.astropix.com/HTML/J_DIGIT/USM.HTM (marec 2008).
- [10] Long, Z., Younan, N. *Denoising of Images with Multiplicative Noise Corruption* [online]. Dokument dostupný na URL <http://www.eurasip.org/Proceedings/Eusipco/Eusipco2005/defevent/papers/cr1755.pdf> (marec 2007).
- [11] McHugh, S. *Digital Camera Image Noise* [online]. Dokument dostupný na URL <http://www.cambridgeincolour.com/tutorials/noise.htm> (apríl 2008).
- [12] Fisher, R., Perkins, S. *Mean Filter* [online], 2004. Dokument dostupný na URL <http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/mean.htm> (apríl 2008).
- [13] Wikipedia contributors. *Unsharp Masking* [online], 27. apríla 2008, Wikipedia, The Free Encyclopedia. Dokument dostupný na URL

- http://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_blur (apríl 2008).
- [14] Fisher, R., Perkins, S. *Conservative Smoothing* [online], 2004. Dokument dostupný na URL <http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/csmooth.htm> (apríl 2008).
- [15] Tomasi, C., Manduchi, R. *Bilateral Filtering for Gray and Color Images* [online], 1998. Dokument dostupný na URL <http://www.cse.ucsc.edu/~manduchi/Papers/ICCV98.pdf> (apríl 2008).
- [16] Elad, M. Algorithms for Noise Removal and the Bilateral Filter [online], 6. mája 2002, Dokument dostupný na URL http://www.cs.technion.ac.il/~elad/talks/2002/Bilateral_Filter.ppt (apríl 2008).
- [17] Rottensteiner, F. *Robust estimation techniques* [online], 5. februára 2001. Dokument dostupný na URL <http://www.ipf.tuwien.ac.at/fr/buildings/diss/node55.html> (apríl 2008).
- [18] Abramovich, F., Sapatinas, T. Wavelet Thresholding via a Bayesian Approach [online], október 1997. Dokument dostupný na URL <http://www.ucy.ac.cy/~fanis/Papers/jrssB1998.pdf> (apríl 2008).

Zoznam príloh

Príloha 1. CD nosič obsahujúci zdrojové texty implementovaných algoritmov, dokumentáciu k vytvoreným aplikáciám a text tejto bakalárskej práce vo formáte PDF.